

6.1 <二項, ポアソン分布の分散> 二項分布, ポアソン分布のおのおのに対し, 分散の式を証明せよ.

6.2 <急患用ベッド数> 東京都内の A 医大病院は, 救急患者のために常時 4 床の空きベッドを確保しているという. ここへ収容される救急患者数 X が $\lambda=2.5$ のポアソン分布 $Po(2.5)$ に従うとき, ベッドが不足する確率を計算せよ.

6.3 <負の二項分布> 負の二項分布を導出せよ.

6.4 <Odd man out> i) コインの表, 裏の確率を $p, q(q=1-p)$ とする. これらのコイン n 個を同時に投げるとき, ちょうど 1 個だけが他の $n-1$ 個と異なった結果(表, 裏)となる確率 P を求めよ. なお, $n \geq 3$ とする.

ii) n 人の人がいて, 各自このコイン 1 個を同時に投げる操作を繰返し, ちよ

うど 1 人だけが他の $n-1$ 人と異なる結果となったとき, その人は定められた仕事(たとえば, 皆のジュースを買いにゆくなど)をするものとする. この方法で決まるまでの繰返し数の期待値を求めよ.

(注) Odd man out は, '変わった人(外れた人)が, 外へ行く'の意.

6.5 <密度関数の規格化定数> $f(x)=c(1-x^2)$ ($-1 \leq x \leq 1$), 0 (それ以外)が確率密度関数となるように定数 c を定めよ. また, この確率分布の期待値, 分散, 歪度, 尖度を求めよ.

6.6 <記憶喪失性と瞬間故障率> i) 確率変数 X が指数分布に従うとき,

$$P(X > a + b | X > a) = P(X > b)$$

を示せ. またこの意味は何か.

ii) 指数分布 $Ex(\lambda)$ の密度関数を $f(x)$, 累積分布関数を $F(x)$ とする. 関数

$$\lambda(x) \equiv \frac{f(x)}{1-F(x)}$$

は定数となり, λ に等しいことを示せ. この $\lambda(x)$ を瞬間故障率という.

6.7 <正規分布のパーセント点> 確率変数 Z が標準正規分布に従うとき, 数表から, 条件

$$P(|Z| > c) = 0.01, 0.02, 0.05, 0.10$$

をみたす c の値をそれぞれ求めよ. また, 条件

$$P(Z > c) = 0.01, 0.02, 0.05, 0.10$$

に対してはどうか.

6.8 <確率分布のモード> ベータ分布のモードを求めよ.

6.9 <ワイブル分布> ワイブル分布の累積分布関数を求めよ.

6.10 <正規分布, 指数分布の尖度> モーメント母関数の展開式から, 正規分布, 指数分布の尖度を求めよ.